**Тема занятия: Делимость чисел. Четность, нечетность чисел в задачах.**

**Задания.**

1. Найдите 10 натуральных чисел обладающих тем свойством, что их сумма делится на каждое из них.
2. На столе стоят 16 стаканов. Из них 15 стаканов стоят правильно, а один перевернут донышком вверх. Разрешается одновременно переворачивать любые четыре стакана. Можно ли, повторяя эту операцию, поставить все стаканы правильно?
3. На доске написаны числа 0, 1, 0, 0. За один шаг разрешается прибавлять единицу к любым двум из них. Можно ли, повторяя эту операцию, добиться, чтобы все числа стали равными?
4. Петин счет в банке содержит 500 долларов. Банк разрешает совершать операции только двух видов: снимать 300 долларов или добавлять 198 долларов. Какую максимальную сумму Петя может снять со счета, если других денег у него нет?
5. Двое по очереди ломают шоколадку 6 × 8. За ход разрешается сделать прямолинейный разлом любого из кусков вдоль углубления. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Кто проиграет?
6. Числа от 1 до 20 выписаны в строчку. Игроки по очереди расставляют между ними плюсы и минусы. После того, как все места заполнены, подсчитывается результат. Если он четен, то выигрывает первый игрок, если нечетен, то второй.
7. На прямой отметили несколько точек. Затем между каждыми двумя соседними точками отметили еще по одной точке, после чего опять проделали эту операцию несколько раз. Могло ли в итоге получиться ровно 2008 отмеченных точек?
8. Известно, что a + 1 делится на 3. Докажите, что 4 + 7a делится на 3.
9. Олег поспорил с Сашей, уверяя, что он знает такое натуральное число m, что число нецелое. Прав ли Олег? И если прав, то что это за число?
10. Из натурального числа вычли сумму его цифр, а затем у полученной разности вычеркнули одну цифру. Сумма оставшихся цифр разности равна 131. Какую цифру вычеркнули?
11. На доске написаны три различных натуральных числа от 1 до 9. Одним ходом разрешается либо прибавить к одному из чисел 1, либо вычесть из всех чисел по 1. Верно ли, что всегда можно добиться того, чтобы на доске остались только нули, сделав не более 23 ходов?
12. 109 яблок разложены по пакетам. В некоторых пакетах лежит по x яблок, в других – по 3 яблока. Найдите все возможные значения x, если всего 20 пакетов.
13. Найдите наименьшее натуральное число, которое записывается одинаковыми цифрами и делится на 18.
14. Про заданные семь чисел известно, что сумма любых шести из них делится на 5. Докажите, что каждое из чисел делится на 5.
15. Существует ли натуральное число, которое при делении на сумму своих цифр как в частном, так и в остатке дает число 2011?
16. Найдите остаток от деления 2100 на 3.
17. Когда одно из двух целых чисел увеличили в 2006 раз, а другое уменьшили в 2006 раз, их сумма не изменилась. Докажите, что эта сумма делится на 2007.
18. Известно, что a + 1 делится на 3. Докажите, что 4 + 7a делится на 3.
19. Петя и Миша играют в такую игру. Петя берёт в каждую руку по монетке: в одну  — 10 коп., а в другую  — 15. После этого содержимое левой руки он умножает на 4, 10, 12 или 26, а содержимое правой руки  — на 7, 13, 21 или 35. Затем Петя складывает два получившихся произведения и называет Мише результат. Может ли Миша, зная этот результат, определить, в какой руке у Пети  — правой или левой  — монета достоинством в 10 коп.? Почему?
20. Есть три кучи камней. Разрешается к любой из них добавить столько камней, сколько есть в двух других кучах, или из любой кучки выбросить столько камней, сколько есть в двух других кучках. Например: (12, 3, 5)→(12, 20, 5) (или (4, 3, 5)). Можно ли, начав с кучек 1993, 199 и 19, сделать одну из кучек пустой?
21. Из шахматной доски вырезали клетку a1. Можно ли то, что осталось, замостить доминошками 1×2?
22. Из шахматной доски вырезали две клетки a1 и h8. Можно ли то, что осталось, замостить доминошками 1×2?
23. Из шахматной доски вырезали клетки a1 и h1. Можно ли то, что осталось, замостить доминошками 1×2?
24. Известно, что натуральное число n в 3 раза больше суммы своих цифр. Докажите, что n делится на 27.